

## Cvičení 3

AFINNÍ PROSTOR, AFINNÍ KOMBINACE, AFINNÍ OBAL, AFINNÍ PODPROSTOR, DIMENZE AP, PARAMETRICKÁ ROVNICE AP

1. Necht' je dán AP a v něm body  $A, B, C$  a vektory  $u, v$ . Rozhodněte, zda je výsledkem bod nebo vektor:

(a)  $A + (B - C)$

(b)  $(A + u) - (B + v)$

2.  $A = \mathbb{R}^2$  je množina bodů,  $U = \mathbb{R}^2$  kononický VP ( $+$  i  $\cdot$  jsou definovány po složkách). Ověřte, zda se jedná o strukturu AP, pokud je operace sčítání bodu a vektoru  $+_A$  definována následovně

$$(a +_A u) = (a_1 + a_2, u_1 + u_2)$$

pro všechna  $u \in U$  a  $a \in A$ .

3.  $\mathbb{A}$  je afinní prostor,  $A, B, C, D \in \mathbb{A}$  body. Dokažte, že platí:

$$(B - A) + (D - C) = (D - A) + (B - C)$$

4. Necht'  $A$  je AP se zaměřením  $U$ ,  $M, N \in A$  a  $u, v \in U$ . Vyřešte následující rovnice s neznámým vektorem  $x$  nebo bodem  $X$ .

(a)  $M + 2u - x = M - v + 2x$

(b)  $M + u - 2v = N + (X - M) - 3u$

5. Necht'  $A = \mathbb{R}^3$  je AP se zaměřením  $V = \mathbb{R}^3$ ,  $A, B \in A$ ,  $u \in V$ .  $A = [1, 2, 1]$ ,  $B = [1, 0, 4]$  a  $u = (4, 5, 1)$ . Je výraz

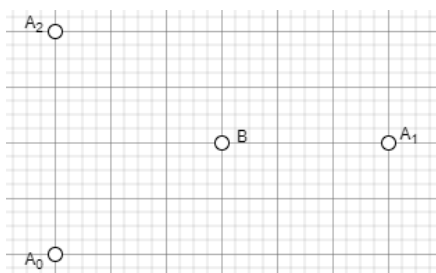
$$(A + u) - (B + u)$$

bod, nebo vektor? Jaké jsou jeho souřadnice?

6. Necht'  $A = \mathbb{R}^2$  je AP se zaměřením  $V = \mathbb{R}^2$ ,  $A \in A$ ,  $u, v, x \in V$ .  $A = [0, 0]$ ,  $u = (1, 1)$  a  $v = (2, 0)$ . Vypočítejte neznámý vektor  $x$ :

$$(A + u) = A - 2v + 3u - x$$

7. Máme dány body  $A_0, A_1, A_2$  a  $B$ . Zakreslete do obrázku

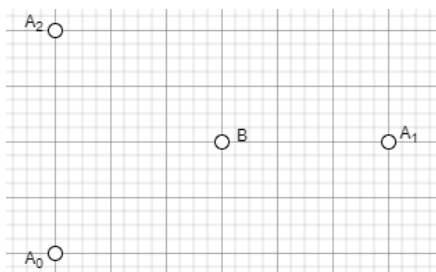


afinní kombinace:

(a)  $A_0 + A_1 - A_2$

(b)  $\frac{1}{2}A_0 - \frac{1}{2}A_1 + A_2$

8. Jaká afinní kombinace bodů  $A_0, A_1, A_2$  z předchozího příkladu je rovna bodu  $B$ ?



9. Jsou dány body  $A_0, A_1, A_2$ , které definují rovinu. Určete, zda bod  $B$  leží v této rovině.

$$A_0 = [6, 2, -2], A_1 = [11, 2, -3], A_2 = [7, 3, -2]$$

(a)  $B = [1, 2, -1]$

(b)  $B = [3, 1, 2]$

10. Napište parametrickou rovnici přímky procházející body  $A$  a  $B$  (parametrická rovnice = součet bodu a VP).

$$A = [3, 4], B = [-1, 2]$$

11. Najděte parametrickou rovnici roviny procházející body  $A, B$  a  $C$ .

$$A = [0, 0], B = [2, 1], C = [-3, 2]$$

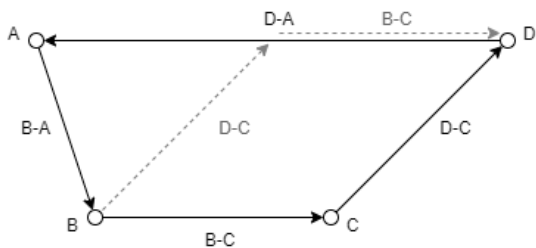
12. Body  $A_0, A_1, A_2$  určují rovinu. Určete, pro které  $x$  leží bod  $B$  v této rovině.

$$A_0 = [0, 0, 0], A_1 = [1, 2, 1], A_2 = [5, 0, -2]$$

$$B = [x, 4, 0]$$

# Řešení

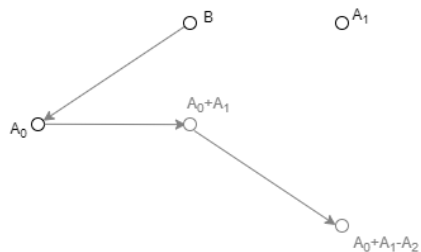
1.
  - (a) Bod
  - (b) Vektor
2. Není
3. Platí



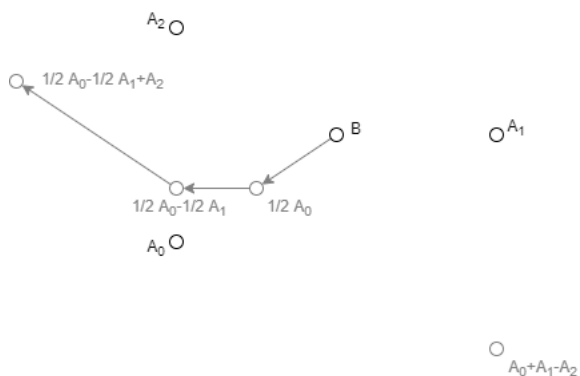
4.
  - (a)  $x = \frac{2}{3}u + \frac{1}{3}v$
  - (b)  $X = M + (M - N) + 4u - 2v$
5. Vektor jehož souřadnice jsou  $(0, 2, -3)$
6.  $x = (-2, 2)$
- 7.

(a)

$A_2 \circ$



(b)



8.  $B = \frac{1}{4}A_0 + \frac{1}{2}A_1 + \frac{1}{4}A_2$

9.
  - (a) Ano
  - (b) Ne

10. VP  $V = \{t \cdot (-4, -2) | t \in \mathbb{R}\}$ . Rovnice:  $A + V$

11. VP  $V = \{t_1 \cdot (2, 1) + t_2 \cdot (-3, 2) | t_1, t_2 \in \mathbb{R}\}$ . Rovnice:  $A + V$

12.  $B = [7, 4, 0]$