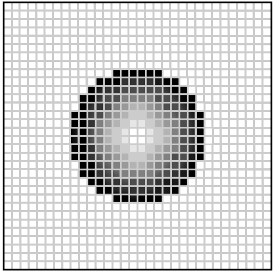
Zpracování obrazu ve frekvenční doméně

Pokročilá analýza obrazu

Mgr. Markéta Trnečková, Ph.D.

Obraz – prostorová doména

- **Matematický model**: $g = f(x, y)$ (obrazová funkce)
- **Prostorové souřadnice**: $x \in \langle x_{min}, x_{max} \rangle$ a $y \in \langle y_{min}, y_{max} \rangle$
- **Hodnoty funkce** g:
  - jedno číslo
  - trojice (čtveřice) čísel
  - kolekce dat
- **Rastr**



Obraz ve frekvenční doméně

- Obraz převedený pomocí **diskrétní Fourierovy transformace**
  - Pro obraz $f(x,y)$ velikosti $M \times N$, 2D DFT je definovaná:

$$F(u,v) = \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x,y)\, e^{-j2\pi\left(\frac{ux}{M} + \frac{vy}{N}\right)}$$

  - Inverzní DFT:

$$f(x,y) = \frac{1}{MN} \sum_{u=0}^{M-1} \sum_{v=0}^{N-1} F(u,v)\, e^{j2\pi\left(\frac{ux}{M} + \frac{vy}{N}\right)}$$

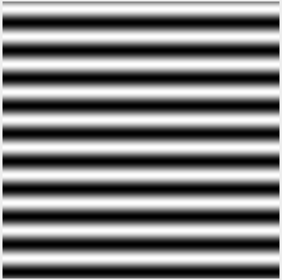
- místo prostorových souřadnic x, y – **prostorové frekvence** u, v.
- hodnoty funkce $G = F(u,v)$:
  - **amplituda** jednotlivých frekvenčních složek (jak jsou silné)
  - **fázi** složek (jejich posun v obraze)
- **Nízké frekvence**: hrubé struktury, pomalé změny, plynulé přechody intenzity.
- **Vysoké frekvence**: detaily, ostré hrany, šum, textury.
- Obraz lze tedy chápat jako součet (superpozici) frekvencí, které dohromady vytvářejí to, co vidíme.

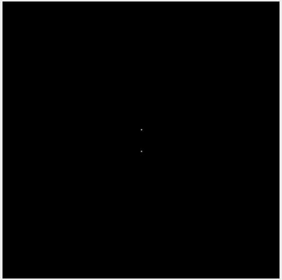
Proč frekvenční doména?

- Frekvenční reprezentace odhaluje periodicitu, orientaci a měřítko, které jsou v prostorové doméně obtížně pozorovatelné

Příklad

Horizontální sinusový vzor v prostorové doméně vytváří dva symetrické vrcholy na vertikální ose 2D spektra (poloha ve frekvenční rovině kóduje prostorovou frekvenci; osa určuje orientaci).





Více matlab.

Proč frekvenční doména?

- **Vlastnosti**
  - **Linearita**: transformace součtu = součet transformací.
  - **Konvoluční teorém**: konvoluce v prostoru $\longleftrightarrow$ násobení ve frekvenční doméně,

    $$f * g \xrightarrow{\mathcal{F}} F(\omega) \cdot G(\omega).$$

    Rychlá filtrace (použití FFT pro efektivní výpočet velkých konvolucí).
  - **Zachování energie (Parsevalova věta)**: celková energie signálu je v obou doménách stejná.

- **Proč je frekvenční doména užitečná v obrazové analýze**
  - **Odstraňování šumu / vyhlazování**: dolní propust (low pass filtry) odstraňuje vysokofrekvenční šum při zachování velkých struktur.
  - **Zvýraznění hran**: horní propust (high pass filtry) zdůrazňuje hrany (vysokofrekvenční složky).
  - **Odstranění periodických artefaktů**: úzkopásmové (notch) filtry mohou odstranit periodický šum.
  - **Analýza textur a vzorů**: opakující se vzory se ve spektru projeví jako lokalizované vrcholy; jejich orientace je kódována polohou těchto vrcholů.
  - **Efektivní konvoluce / korelace**: filtrace s velkým jádrem nebo korelace je ve frekvenční doméně pomocí FFT rychlejší.

Vlastnosti 2D DFT

- **Linearita:** $\mathrm{DFT}(af_1 + bf_2) = a\,\mathrm{DFT}(f_1) + b\,\mathrm{DFT}(f_2)$
- **Vlastnost posunu:** Prostorový posun způsobí změnu fáze ve frekvenční doméně.
- **Vlastnost měřítka:** Úzké struktury $\rightarrow$ široká spektra a naopak.

Interpretace 2D spektra

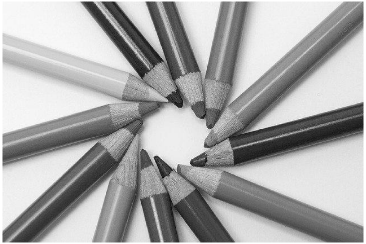
- 2D DFT je obecně komplexní a lze ji vyjádřit v polárním tvaru $F(u,v) = R(u,v) + iI(u,v) = |F(u,v)|e^{i\phi(u,v)}$
- amplituda $|F(u,v)|$ = **Fourierovo (frekvenční) spektrum**
- $\phi(u,v) = \arctan \frac{I(u,v)}{R(u,v)}$ = **fázový úhel** neboli **fázové spektrum**
- $P(u,v) = |F(u,v)|^2$ = **power spektrum**
- $|F(u,v)|$, $\phi(u,v)$ a $P(u,v)$ jsou pole o rozměru $M \times N$
- spektrum má sudou symetrii vzhledem k počátku – $|F(u,v)| = |F(-u,-v)|$
- fáze má lichou symetrii vzhledem k počátku – $\phi(u,v) = -\phi(-u,-v)$

- Při analýze i zobrazení se často posouvá počátek do středu obrazu
- K zobrazení se používá logaritmická transformace (obecně má velký dynamický rozsah)

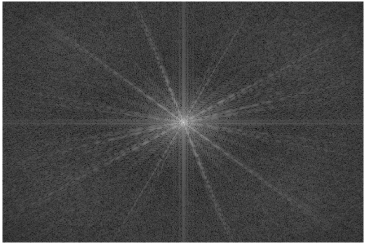
Interpretace 2D spektra

- **Počátek (u=0, v=0)** odpovídá střední hodnotě (DC složce) – celkovému jasu.
- Vysoké frekvence reprezentují rychlé změny intenzity (hrany, textury).
- Směr frekvenční složky odpovídá orientaci v obraze:
  - Horizontální struktury → vertikální frekvence.
  - Vertikální struktury → horizontální frekvence.
- **Amplitudové spektrum** ukazuje sílu prostorových frekvencí.
- **Fázové spektrum** nese strukturní informaci – je nezbytné pro rekonstrukci obrazu.

Original image

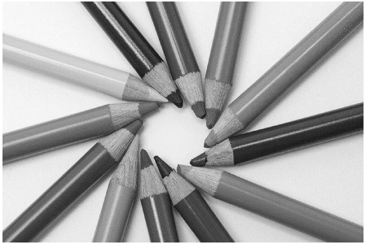


Log magnitude spectrum

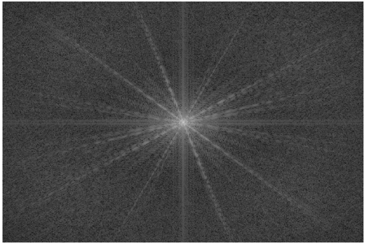


Vizualizace 2D spektra

Original image



Log magnitude spectrum



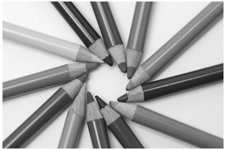
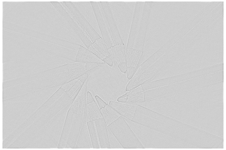
- **Interpretace:**
  - Jasný střed $\rightarrow$ nízké frekvence (hladké oblasti).
  - Vnější části $\rightarrow$ vysoké frekvence (hrany, detaily).
  - Diagonální nebo orientované vzory odpovídají přímkám ve spektru.

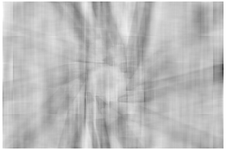
Interpretace fáze

- 2D Fourierova transformace rozkládá obraz na amplitudu a fázi:

$$F(u,v) = |F(u,v)|\, e^{j\,\phi(u,v)}$$

- Následující příklad ilustruje tři rekonstrukce:
  - Původní obraz
  - Rekonstrukce obrazu pouze z fáze – amplituda nastavena na 1, fáze ponechána beze změny
  - Amplituda obdélníku + původní fáze – amplituda nahrazena spektrem jednoduchého obdélníku
- Výsledky ukazují, že obraz zůstává rozpoznatelný i tehdy, když je amplituda odstraněna nebo nahrazena, což potvrzuje, že fáze nese zásadní vizuální strukturu.
- Fáze však sama o sobě nenese informaci o intenzitě; jas a kontrast pocházejí výhradně z amplitudového spektra.

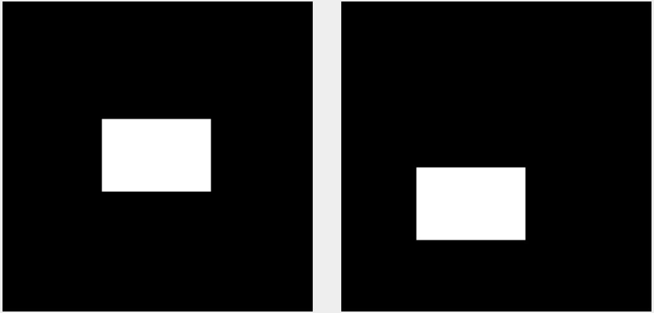





Efekt posunu

Příklad

Předpokládejme, že máme dva obrazy, každý obsahuje stejný obdélník, ale v jednom obraze je obdélník posunut do jiné polohy.



Jak se změní amplituda a fáze?

Posun: spektrum vs. fáze

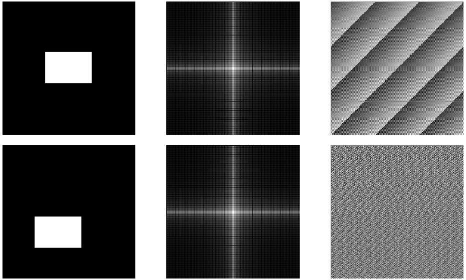
- Posun nemění amplitudu Fourierova spektra:

$$|F(u,v)| \text{ zůstává nezměněno.}$$

- Posun však zavádí lineární posun fáze:

$$f(x-x_0, y-y_0) \xrightarrow{\mathcal{F}} F(u,v)\, e^{-j2\pi\left(\frac{ux_0}{M}+\frac{vy_0}{N}\right)}.$$

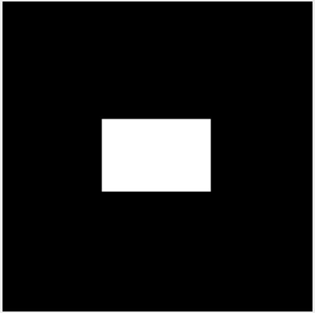
- Tedy:
  - Amplitudové spektrum zůstává stejné.
  - Fáze se mění předvídatelným, lineárním způsobem.

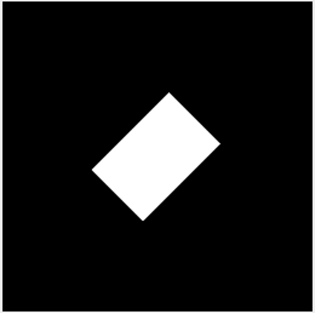


Vliv amplitudy a fáze

Příklad

Nyní uvažujme dva obrazy, z nichž každý obsahuje stejný obdélník, avšak ve druhém obraze je obdélník pootočen.





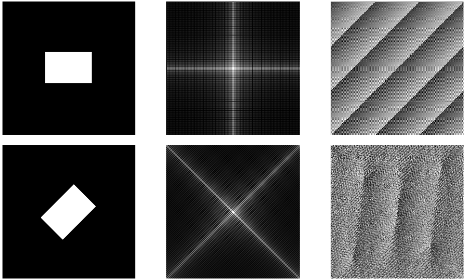
Jak se změní amplitudové spektrum a fáze?

Rotace: vliv na amplitudu a fázi

- Rotace v prostorové doméně vede ke stejné rotaci ve Fourierově doméně:

$$f_{\mathrm{rot}}(x, y) \xrightarrow{\mathcal{F}} F_{\mathrm{rot}}(u, v) = F\left(R^{-1}(u, v)\right),$$

  kde R je rotační matice.
- Tedy:
  - Tvar amplitudového spektra je zachován.
  - Spektrum je pouze pootočeno o stejný úhel.
  - Fáze se rovněž odpovídajícím způsobem pootočí.



Co se stane, když odstraníme vysoké frekvence?

Příklad

- Uvažujme obraz reprezentovaný ve **frekvenční doméně**.
- Co se stane, pokud odstraníme (odfiltrujeme) jeho **vysoké frekvence**?

Co se stane, když odstraníme vysoké frekvence?

Co se stane, když odstraníme vysoké frekvence?

Příklad

- Uvažujme obraz reprezentovaný ve **frekvenční doméně**.
- Co se stane, pokud odstraníme (odfiltrujeme) jeho **vysoké frekvence**?

- potlačíme **jemné detaily**
- ztratíme **ostré hrany**
- textury a šum **zmizí**
- Obraz pak obsahuje převážně **nízké frekvence**:
  - plynulé změny intenzity
  - hrubé tvary a pozvolné přechody

Co se stane, když odstraníme nízké frekvence?

Příklad

- Uvažujme obraz reprezentovaný ve **frekvenční doméně**.
- Co se stane, pokud odstraníme (odfiltrujeme) jeho **nízké frekvence**?

Co se stane, když odstraníme nízké frekvence?

Co se stane, když odstraníme nízké frekvence?

Příklad

- Uvažujme obraz reprezentovaný ve **frekvenční doméně**.
- Co se stane, pokud odstraníme (odfiltrujeme) jeho **nízké frekvence**?

- ztratíme **celkové změny jasu**
- velké hladké oblasti **zmizí**
- zůstanou pouze **hrany, jemné detaily a šum**

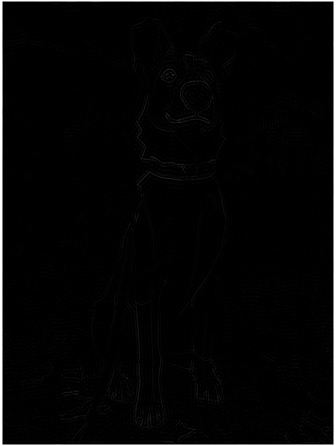
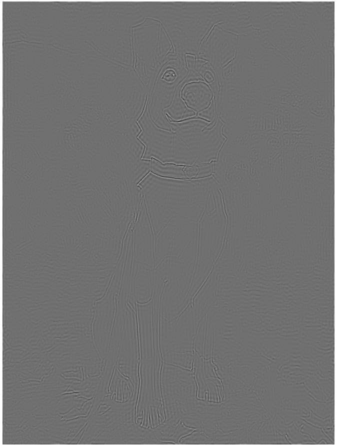
Příklad

Proč obraz ztrácí svou intenzitu?

Proč jsme ztratili intenzity?

- Odstraněním nejnižší frekvence jsme zároveň odstranili **DC koeficient**.
- DC složka kóduje:
  - **průměrnou intenzitu** celého obrazu
  - globální „posun“ všech hodnot
- Bez DC členu má rekonstruovaný obraz:
  - intenzity centrované kolem **nuly**
  - žádnou informaci o původní úrovni jasu
- Jak se s tím pracuje v praxi?
  - filtry obvykle **zachovávají** DC složku, pokud nejsou výslovně navrženy jinak
  - v případě potřeby lze ztracenou DC hodnotu po filtraci **přidat zpět**
  - mnoho aplikací používá filtry, které DC složku zachovávají, ale místo úplného odstranění tlumí okolní nízké frekvence

Co se stane, když odstraníme nízké frekvence?

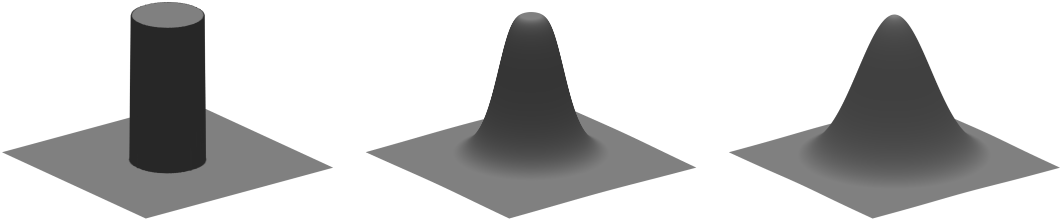




Dolní propust: definice

- **Dolní propust** (low-pass filtr) je filtr, který **zachovává nízké frekvence** a **tlumí nebo odstraňuje vysoké frekvence**.
- Ve frekvenční doméně to znamená:
  - zachování plynulých změn intenzity
  - potlačení rychlých změn, hran a jemných detailů
- V prostorové doméně odpovídá dolní propust:
  - **vyhlazení** nebo **rozostření** obrazu
  - průměrování hodnot v okolí

Dolní propust ve frekvenční doméně

- Je-li $G(u,v)$ DFT obrazu, aplikujeme masku $H(u,v)$, která:
  - má **velké hodnoty v blízkosti počátku** (nízké frekvence)
  - směrem k okrajům se stává **malou** (vysoké frekvence)
- Typické masky dolní propusti:
  - **Ideální**: ostrý kruhový ořez
  - **Butterworthova**: plynulý přechod
  - **Gaussovská**: nejplynulejší přechod; bez artefaktů
- Výsledný obraz: $g_{\mathrm{LP}} = \mathrm{IDFT}(G(u,v) \cdot H(u,v))$



Ideal LPF Butterwort LPF Gaussian LPF

Matematická definice LPF

Nechť $G(u, v)$ je 2D DFT obrazu $g(x, y)$ a

$$D(u, v) = \sqrt{(u - u_0)^2 + (v - v_0)^2}$$

je vzdálenost od středu spektra (u_0, v_0).

Ideální dolní propust (ILPF):

$$H_{\mathrm{LP}}(u, v) = \begin{cases} 1, & D(u, v) \leq D_0, \\ 0, & D(u, v) > D_0. \end{cases}$$

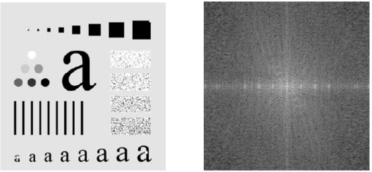
Butterworthova dolní propust (řádu n):

$$H_{\mathrm{LP}}(u, v) = \frac{1}{1 + \left(\frac{D(u, v)}{D_0}\right)^{2n}}$$

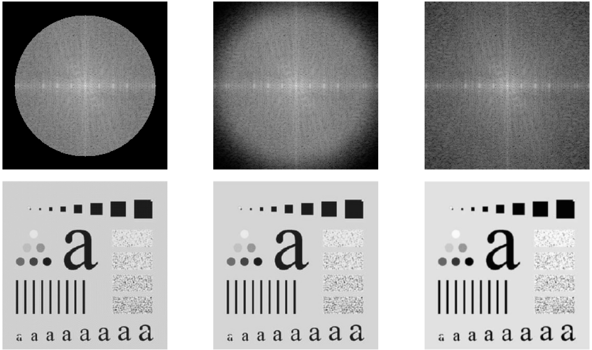
Gaussovská dolní propust:

$$H_{\mathrm{LP}}(u, v) = \exp\left(-\frac{D(u, v)^2}{2D_0^2}\right)$$

Dolní propust ve frekvenční doméně



Original image   Spectrum



Ideal LPF   Butterwort LPF   Gaussian LPF

Dolní propust v prostorové doméně

- LPF odpovídají **vyhlazovacím filtrům**.
- Příklady konvolučních masek v prostoru:
  - **průměrovací filtr** (uniformní)
  - **Gaussovský filtr**
- Konvoluční vztah:

$$g(x,y) = \sum_{i,j} f(x-i, y-j)\, h(i,j)$$

kde h je vyhlazovací jádro.

Praktické využití dolních propustí

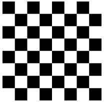
- **Redukce šumu** při předzpracování před další analýzou.
- **Extrakce vlastností**: odstranění vysokofrekvenčního šumu při zachování struktur velkého měřítka.
- **Komprese obrazu**: dolní propust redukuje detaily a umožňuje kompaktnější reprezentaci.
- **Zmenšování rozlišení (downsampling)**: vyhlazení před snížením rozlišení pro zabránění aliasingu.
- **Biomedicínské zobrazování**: potlačení speckle šumu, zvýraznění relevantních struktur.

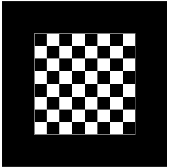
Proč používat doplnění (padding)?

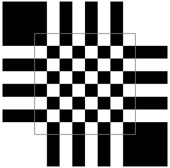
- Při aplikaci konvoluce nebo korelace jádro přesahuje **hranice obrazu**.
- Bez doplnění:
  - se výstup **zmenší**
  - okrajové pixely se počítají z **neúplných okolí**
- Doplnění poskytuje dodatečné hodnoty kolem obrazu tak, aby:
  - byla **zachována velikost** výstupu
  - byla konvoluce definována pro **všechny pixely** původního obrazu

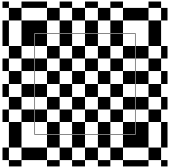
Typy doplnění (padding)

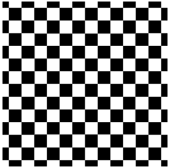
- **Doplnění nulami** (zero padding):
  - okraj je vyplněn nulami
  - nejjednodušší, ale vytváří umělé tmavé okraje
- **Doplnění replikací** (replicate):
  - okraj je vyplněn hodnotou nejbližšího pixelu
  - zachovává konzistentní intenzitu na hranici
- **Zrcadlové doplnění** (reflect):
  - okraj zrcadlí obsah obrazu
  - zabraňuje nespojitostem na hranici
- **Cirkulární doplnění** (circular):
  - okraje se „obalí“ kolem sebe
  - odpovídá konvoluci prováděné pomocí DFT


Original


Zero


Replicate


Reflect


Circular

Padding a DFT

- Konvoluce pomocí DFT je přirozeně **cirkulární**.
- Bez doplnění:
  - výsledek trpí **artefakty obalení (wrap-around)**
  - okraje obrazu se během konvoluce překrývají
- Pro získání správné lineární konvoluce:
  - musí být **doplněn** jak obraz, tak i jádro
  - velikost je typicky alespoň $M + P - 1$ a $N + Q - 1$ pro jádra velikosti $P \times Q$
- Doplnění zajišťuje, že se konvoluce chová jako standardní prostorová konvoluce.

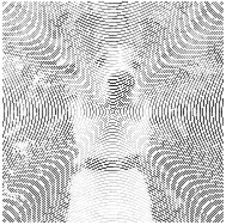
Aliasing v obrazech

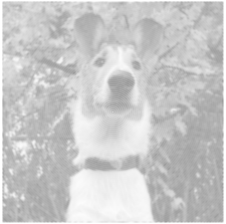
- Vzniká tehdy, když jemné prostorové detaily překročí vzorkovací frekvenci pixelů.
- Dva typy aliasingu v obrazech:
  - prostorový aliasing – způsobený nedostatečným vzorkováním (výraznější u obrazů s periodickými vzory)
  - časový aliasing – daný časovými intervaly mezi snímky dynamické obrazové sekvence
- **Vizuální projevy:**
  - falešné periodické vzory (moiré)
  - „bití“ mezi jemnými texturami a pixelovou mřížkou
  - ztráta vysokofrekvenčních detailů

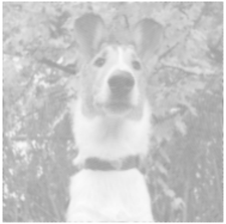
Omezení aliasingu v obrazech

- Aliasing se objevuje, když obraz obsahuje prostorové detaily s frekvencemi vyššími než polovina vzorkovací frekvence (Nyquistův limit).
- Použití dolní propusti před vzorkováním – odstraňuje vysokofrekvenční složky, které nelze reprezentovat.


Originál


Podvzorkované


LP originál


Vzorkovaný LP originál

Horní propust (high-pass filtr): definice

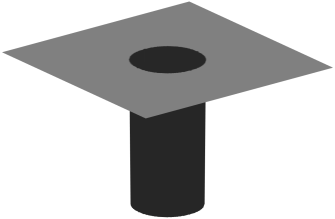
- **Horní propust** je filtr, který **zachovává vysoké frekvence** a **tlumí nebo odstraňuje nízké frekvence**.
- Ve frekvenční doméně to znamená:
  - zachování rychlých změn, hran a jemných detailů
  - potlačení plynulých změn intenzity
- V prostorové doméně odpovídá horní propust:
  - **zvýraznění hran**
  - zvýraznění jemných struktur a detailů

Horní propust ve frekvenční doméně

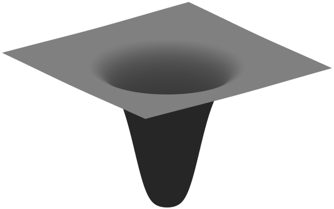
‘‘

- Je-li $G(u,v)$ DFT obrazu, aplikujeme masku $H(u,v)$, která:
  - má **malé hodnoty v blízkosti počátku** (nízké frekvence)
  - směrem k okrajům se stává **velkou** (vysoké frekvence)
- Typické masky horní propusti:
  - **Ideální**: ostrý kruhový ořez
  - **Butterworthova**: plynulý přechod
  - **Gaussovská**: nejplynulejší přechod, minimální artefakty
- Výsledný obraz:

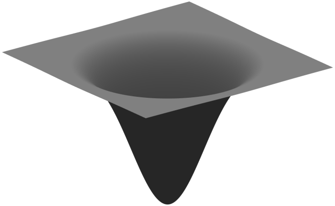
$$g_{\text{HP}} = \mathrm{IDFT}\big(G(u,v) \cdot H(u,v)\big)$$



Ideal HPF



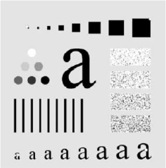
Butterwort HPF



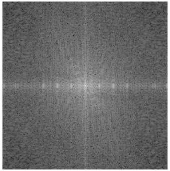
Gaussian HPF

Horní propust ve frekvenční doméně

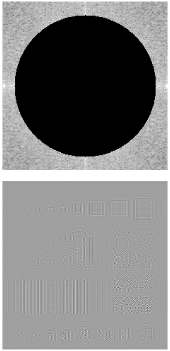
“



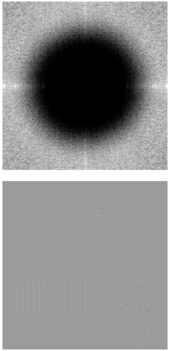
Original image



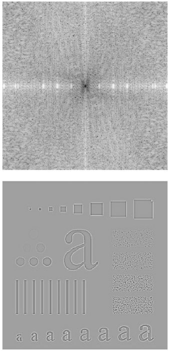
Spectrum



Ideal HPF



Butterwort HPF



Gaussian HPF

Horní propust v prostorové doméně

- Horní propusti odpovídají **ostřícím filtrům**.
- Příklady konvolučních masek v prostoru:
  - **Laplaciánový filtr**
  - **Sobelův a Prewittův operátor**
- Konvoluční vztah:

$$g(x, y) = \sum_{i,j} f(x - i, y - j)\, h(i, j)$$

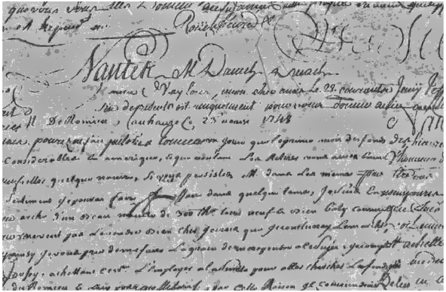
kde h je hornopropustní jádro.

Praktické využití horních propustí

- **Detekce hran** a extrakce hranic.
- **Zostření obrazu** a zvýraznění detailů.
- **Analýza textur** a detekce vlastností.
- **Lékařské zobrazování**: zvýraznění jemných anatomických struktur.
- **Předzpracování pro segmentaci a rozpoznávání**.

Příklad

Text s nízkým kontrastem



Po HP filtrování

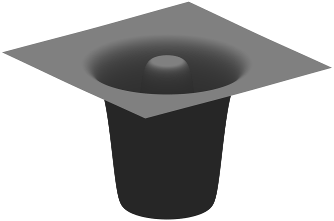
Selektivní filtrace: přehled

- **Selektivní filtrace** upravuje obraz tak, že **zachovává nebo potlačuje pouze vybraná frekvenční pásma**.
- Na rozdíl od dolních nebo horních propustí selektivní filtry:
  - nepůsobí pouze v okolí počátku spektra,
  - cílí na **konkrétní frekvenční rozsahy nebo směry**.
- Hlavní typy:
  - **Pásmové zádrže** – band-reject
  - **Pásmové propusti** – band-pass
  - **Zářezové (notch) filtry**
- Selektivní filtry se používají především pro **odstraňování artefaktů ve frekvenční doméně**.

Band-Reject filtr: definice

- **Pásmová zádrž** potlačuje frekvence v **určitém rozsahu vzdáleností od počátku**.
- Odstraňuje ze spektra **prstencové frekvenční pásmo**.
- Formálně:
  - nízké frekvence jsou zachovány,
  - střední frekvence jsou odstraněny,
  - velmi vysoké frekvence jsou zachovány.
- Typický tvar ve frekvenční doméně: **anulus (prstenec)**.
- Používá se, když artefakty leží v **známém frekvenčním pásmu**.

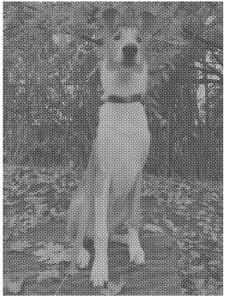
Ideal BRF



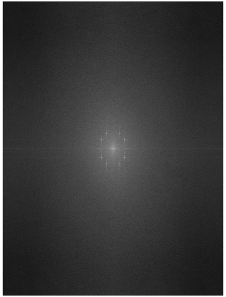
Butterwort BRF

Gaussian BRF

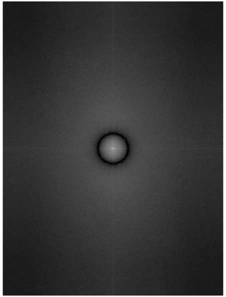
Band-Reject filtr: příklad



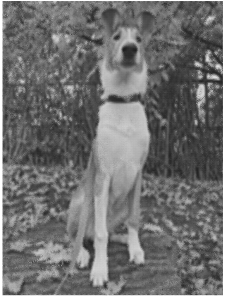
Originál



Spectrum



BRF Spectrum



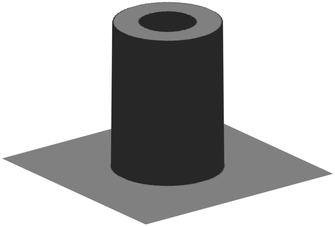
Výsledek

Band-Pass filtr: definice

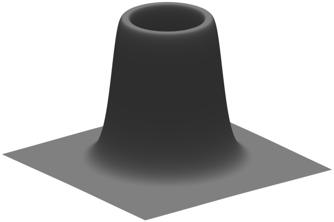
- **Pásmová propust** zachovává frekvence **pouze uvnitř zvoleného pásma**.
- Odstraňuje:
  - nízké frekvence (hladké pozadí),
  - velmi vysoké frekvence (šum).
- Zůstávají pouze **uprostřed (dané měřítko)**.
- Je komplementárním filtrem k pásmové zádrži:

$$H_{\mathrm{BP}} = 1 - H_{\mathrm{BR}}$$

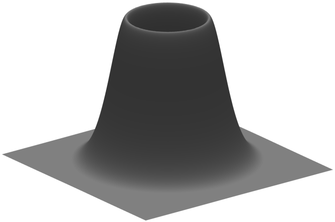
- Používá se k izolaci **struktur s určitou prostorovou velikostí**.



Ideal BPF



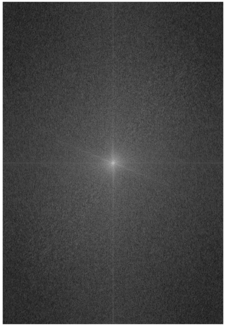
Butterwort BPF



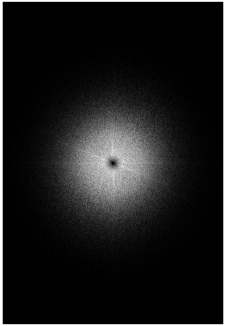
Gaussian BPF

Band-Pass filtr: příklad

Originál



Spectrum



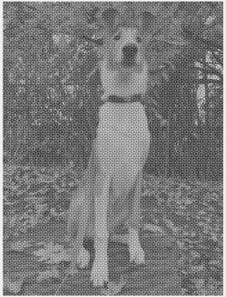
BPF Spectrum

Výsledek

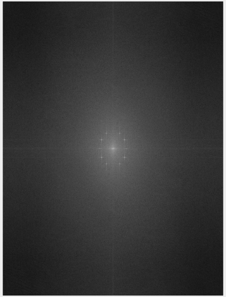
Band-Pass filtr: příklad

Příklad

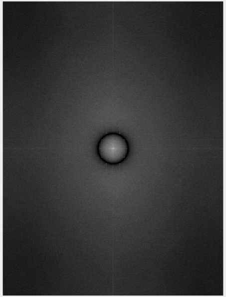
Máme dán obraz a jeho amplitudové spektrum: co se stane, pokud místo pásmové zádrže použijeme pásmovou propust?



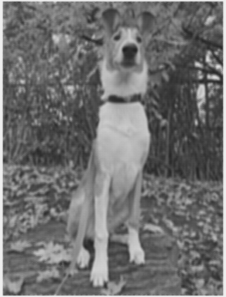
Originál



Spectrum

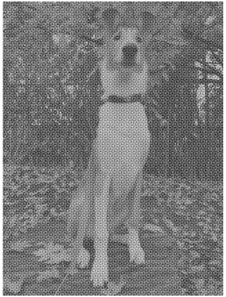


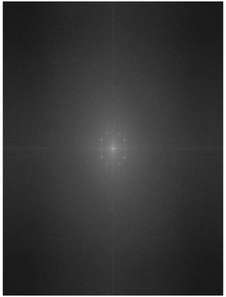
BRF Spectrum

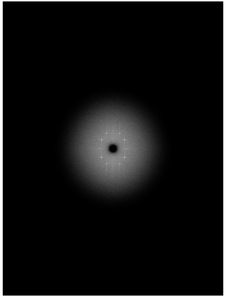


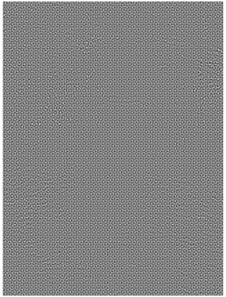
Výsledek

Band-Pass filtr: příklad


Originál

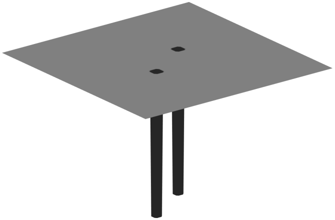

Spectrum


BPF Spectrum

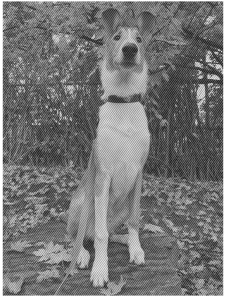

Výsledek

Zářezový (notch) filtr: definice

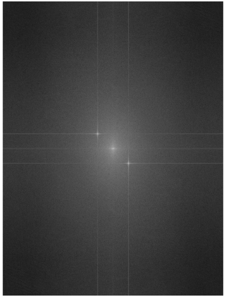
- **Zářezový filtr** potlačuje **pouze malou, lokalizovanou oblast frekvencí**.
- Používá se, když se šum ve spektru projevuje jako:
  - izolované vrcholy,
  - typicky v **symetrických párech**.
- Na rozdíl od pásmových zádrží:
  - neodstraňuje celý prstenec,
  - ale pouze **vybrané frekvenční body**.
- Nejpřesnější nástroj pro **odstraňování periodického šumu**.



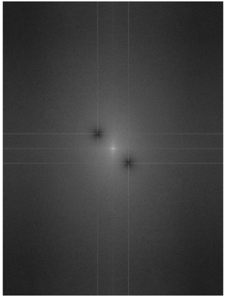
Notch filtr: příklad



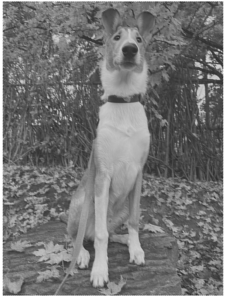
Originál



Spectrum



BRF Spectrum



Výsledek

Selektivní filtrace ve frekvenční doméně

- DFT obrazu: $G(u, v)$
- Filtrační maska: $H(u, v)$
- Obecný vztah selektivní filtrace:

$$g(x, y) = \mathrm{IDFT}\big(G(u, v) \cdot H(u, v)\big)$$

- Princip návrhu:
  - identifikovat nežádoucí frekvence v $|G(u, v)|$,
  - sestrojit $H(u, v)$ tak, aby potlačila pouze tyto složky.

Typické aplikace selektivních filtrů

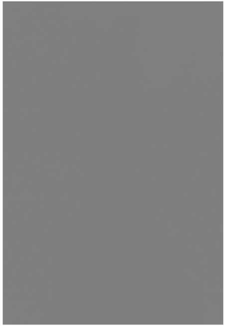
- **Odstranění periodického šumu** (pruhy, skenovací artefakty).
- **Potlačení šumu způsobeného mechanickými vibracemi**.
- **Izolace textur** určitého prostorového měřítka.
- **Restaurování dokumentů** (odstranění polotónových vzorů).
- **Lékařské a průmyslové zobrazování** se strukturovaným šumem.

Korekce pozadí ve frekvenční doméně

- **Typické situace:**
  - mikroskopické a biomedicínské obrazy
  - fotografie ovlivněné **vinětací**
  - obrazy s nehomogenním osvětlením
- **Proč frekvenční doména:**
  - nerovnoměrné osvětlení je soustředěno v **nízkých frekvencích**
  - nízkofrekvenční složky lze **oddělit pomocí dolní propusti**
  - odečtením nízkofrekvenční složky získáme obraz s **normalizovaným kontrastem**
- **Výsledek:**
  - potlačení pomalých změn osvětlení
  - zlepšení viditelnosti lokálních struktur
  - vyšší robustnost pro další analýzu obrazu

Korekce pozadí ve frekvenční doméně

Originál



Pozadí

Výsledek

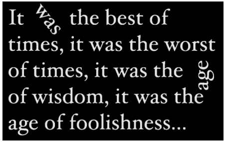
Rychlá korelace a porovnávání se šablonou (FFT)

- **Typické situace:**
  - detekce objektů v obrazech (loga, symboly, opakující se vzory)
  - registrace a zarovnání obrazů
  - odhad pohybu a sledování objektů
- **Proč frekvenční doména:**
  - prostorová korelace odpovídá **násobení ve frekvenční doméně**
  - FFT snižuje výpočetní složitost z

$$O(N^2) \text{ na } O(N \log N)$$

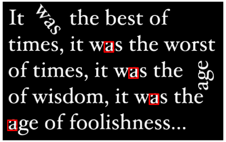
  - umožňuje rychlé zpracování i pro velké obrazy
- **Praktický dopad:**
  - detekce objektů v reálném čase
  - průmyslové systémy strojového vidění
  - registrace lékařských obrazů

Rychlá korelace a porovnávání se šablonou (FFT)

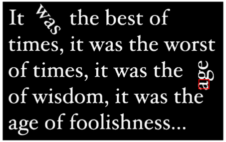


Originál

Šablona



Výsledek



Výsledek s otočenou šablonou

Analýza textur a oddělení struktur podle měřítka

- Band-pass filtry
- **Typické situace:**
  - analýza srsti, vláken a textilních textur
  - detekce buněk, pórů a částic
  - kontrola povrchových vad materiálů
- **Proč frekvenční doména:**
  - velikost objektu odpovídá **vzdálenosti od středu spektra**
  - pásmová propust izoluje struktury **jediného prostorového měřítka**
  - v prostorové doméně by bylo nutné použít mnoho filtrů různých velikostí
- **Výsledek:**
  - pozadí a jemný šum jsou potlačeny
  - zůstávají pouze struktury zvoleného rozsahu velikostí
  - robustní vstup pro další segmentaci a měření