



# Operace s obrázky

## Úvod do analýzy obrazu

Mgr. Markéta Trnečková, Ph.D.

# Obraz

- Aritmetické operace
- Logické operace
- Množinové operace

# Aritmetické operace

- **Obrazy:**  $f, g$  (velikost  $M \times N$ )
- **Aritmetické operace** (prvek po prvku):
  - sčítání
  - odčítání
  - násobení
  - dělení

# Součet obrazů

- $h(x, y) = f(x, y) + g(x, y)$
- $\forall x \in \{0, \dots, M\}, \forall y \in \{0, \dots, N\}$
- **Aplikace**
  - Morfing
  - Minimalizace šumu (průměrováním)



Obraz 1.



Obraz 2.



Morfing.

## Součet obrazů

- $h(x, y) = f(x, y) + g(x, y)$
- $\forall x \in \{0, \dots, M\}, \forall y \in \{0, \dots, N\}$
- **Aplikace**
  - Morfing
  - Minimalizace šumu (průměrováním)



Jeden z obrazů obsahující šum.



Zprůměrovaný obraz.

## Rozdíl obrazů

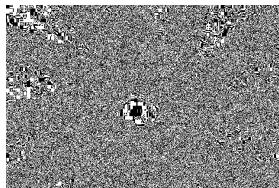
- $h(x, y) = f(x, y) - g(x, y)$
- $\forall x \in \{0, \dots, M\}, \forall y \in \{0, \dots, N\}$
- **Aplikace**
  - Zvýraznění rozdílů



Původní obraz.



Upravený obraz.



Rozdíl.

## Součin obrazů

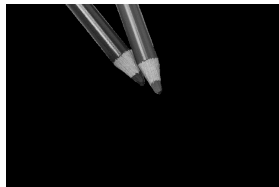
- $h(x, y) = f(x, y) \cdot g(x, y)$
- $\forall x \in \{0, \dots, M\}, \forall y \in \{0, \dots, N\}$
- **Aplikace**
  - Maskování
  - Stínování



Původní obraz.



ROI.



Součin ROI a obrazu.

## Součin obrazů

- $h(x, y) = f(x, y) \cdot g(x, y)$
- $\forall x \in \{0, \dots, M\}, \forall y \in \{0, \dots, N\}$
- **Aplikace**
  - Maskování
  - Stínování



Původní obraz.



Obraz stínu.



Součin stínu a obrazu.

## Podíl obrazů

- $h(x, y) = f(x, y)/g(x, y)$
- $\forall x \in \{0, \dots, M\}, \forall y \in \{0, \dots, N\}$
- **Aplikace**
  - Odstranění stínu



Obraz obsahující stín.



Obraz stínu.



Obraz bez stínu.

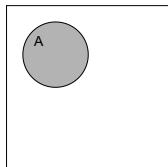
# Množinové operace

## ■ Základní pojmy

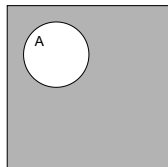
- univerzum  $\Omega$
- prvek množiny  $a \in A$
- prázdná množina  $\emptyset$
- Vennův diagram
- podmnožina  $B \subseteq A$
- komplement  $A^C$
- průnik množin  $A \cap B$
- sjednocení množin  $A \cup B$
- rozdíl  $A - B$



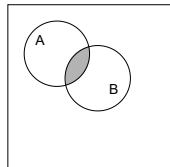
$\Omega$



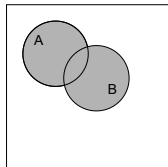
$A$



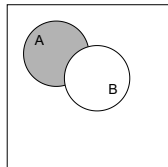
$A^C$



$A \cap B$



$A \cup B$



$A - B$

# Množinové operace

## ■ Množina:

- objekty v obraze
- pixely splňující nějakou vlastnost



Originální obraz.



Množina *A*.

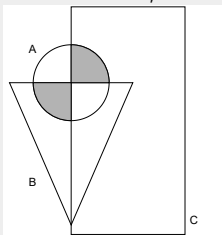


Množina *B*.

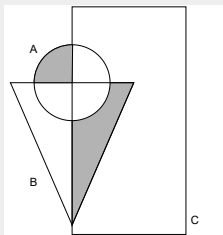
# Množinové operace

## Příklad

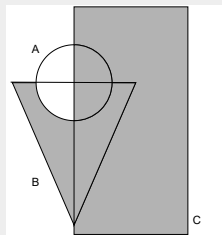
Vyjádřete množiny znázorněné následujícími diagramy pomocí množinových operací nad množinami  $A$ ,  $B$  a  $C$ .



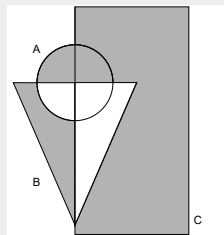
(a)



(b)



(c)



(d)

# Logické operace

- pravda (true, nebo 1) a nepravda (false, 0)
- binární obrázky
- **negace** (NOT), **logický součin** (AND), **logický součet** (OR) a **exkluzivní součet** (XOR)

<i>a</i>	<i>b</i>	<i>not a</i>	<i>a and b</i>	<i>a or b</i>	<i>a xor b</i>
0	0	1	0	0	0
0	1	1	0	1	1
1	0	0	0	1	1
1	1	0	1	1	0

# Úpravy obrazu

## ■ Geometrické transformace



## ■ Jasové transformace



## ■ Operace s okolím



# Geometrické transformace

■ transformace souřadnic:  $(x, y) = T(v, w)$

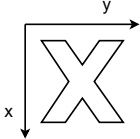
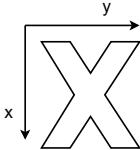
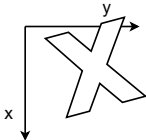
■ **afinní transformace**

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

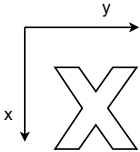
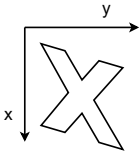
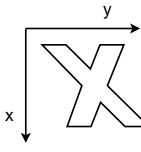
■ výpočet nových souřadnic

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ w \\ 1 \end{bmatrix}$$

# Geometrické transformace

Název	Afinní matice	Rovnice	Ukázka
Identita	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$x = v$ $y = w$	
Zvětšení	$\begin{bmatrix} c_x & 0 & 0 \\ 0 & c_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$x = c_x v$ $y = c_y w$	
Otočení	$\begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$x = v \cos \theta - w \sin \theta$ $y = v \sin \theta + w \cos \theta$	

# Geometrické transformace

Název	Afinní matice	Rovnice	Ukázka
Posunutí	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & t_x \\ 0 & 1 & t_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{aligned} x &= v + t_x \\ y &= w + t_y \end{aligned}$	
Zkosení (vertikální)	$\begin{bmatrix} 1 & s_v & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{aligned} x &= v + s_v w \\ y &= w \end{aligned}$	
Zkosení (horizontální)	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ s_h & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{aligned} x &= v \\ y &= s_h v + w \end{aligned}$	

# Geometrické transformace – příklad

## Příklad

Název

Afinní matice

Rovnice

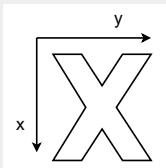
Ukázka

Zvětšení

$$\begin{bmatrix} c_x & 0 & 0 \\ 0 & c_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$x = c_x v$$

$$y = c_y w$$



Operaci zvětšení při vhodné volbě  $c_x$  a  $c_y$  můžeme použít také pro operaci překlopení. Jak?

# Geometrické transformace – skládání

## ■ Násobení matic

### Příklad

Určete, jak by vypadala matice transformace, která provádí následující operace:

- 1 Zvětšení a posunutí.
- 2 Zvětšení, posunutí a rotaci.

Záleží na pořadí matic při jejich násobení?

# Geometrické transformace – aplikace

## ■ Dopředné mapování

–  $(x, z) = T^1(v, w)$

## ■ Zpětné mapování

–  $(v, w) = T^{-1}(x, y)$

### Příklad

Máme funkci  $(x, z) = T^1(v, w) = (3v, 2w)$ . Jakou transformaci tato operace představuje? Jak by vypadala funkce zpětného mapování? Jak by afinní matice tohoto zobrazení?

### Příklad

Máme funkci  $(x, z) = T^1(v, w) = (v + 0.4w, w)$ . Jakou transformaci tato operace představuje? Jak by vypadala funkce zpětného mapování? Jak by afinní matice tohoto zobrazení?

## Interpolace – demonstrace

- obrázek  $1 \times 6$  pixelů chceme ho zvětšit  $1.5 \times$  v ose x



- zvětšení  $1.5 \times$  v ose x (výsledný obrázek  $1 \times 9$ )



- zvětšení pixelů na původní velikost – výběr barvy
  - nejbližší soused



- bilineární interpolace



- bikubická interpolace

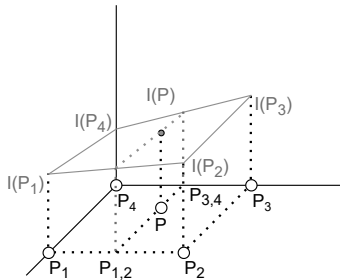


## Interpolace – bilineární

$$I(P_{1,2}) = I(P_1) + (I(P_2) - I(P_1)) \frac{|P_{1,2} - P_1|}{|P_2 - P_1|}$$

$$I(P_{3,4}) = I(P_3) + (I(P_4) - I(P_3)) \frac{|P_{3,4} - P_3|}{|P_4 - P_3|}$$

$$I(P) = I(P_{1,2}) + (I(P_{3,4}) - I(P_{1,2})) \frac{|P - P_{1,2}|}{|P_{3,4} - P_{1,2}|}$$



# Interpolace



Interpolace nejbližším sousedem



Bilineární interpolace



Bikubická interpolace

# Registrace

- vstupní a referenční obraz
- geometrická transformace?
- **kontrolní body**

$$x = a_1 v + a_2 w + a_3 vw + a_4,$$

$$y = a_5 v + a_6 w + a_7 vw + a_8,$$

# Warping

## ■ Jednoúčelové



## ■ Obecné

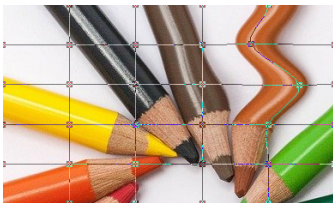
## Warping – síť



Původní obraz.



Síť.



Modifikovaná síť.



Výsledný obraz.

## Warping – síť

- dva průchody – pro řádky, pro sloupce
- položíme síť



- najdeme průsečíky



- interpolujeme

## Warping – magnety



Původní obraz.



Magnet.



Výsledný obraz.

## Warping – síť



Původní obraz.



Modifikovaná síť.



Výsledný obraz.